

SỞ GD&ĐT NGHỆ AN
LIÊN TRƯỜNG THPT

KÌ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2025

MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian giao đề

I PHẦN I: CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1: (ID: 757079) Cho mẫu số liệu ghép nhóm tần số như bảng sau:

Giá trị	[135;140)	[140;145)	[145;150)	[150;155)	[155;160)	[160;165)
Tần số	6	10	12	20	8	14

Mốt của mẫu số liệu đã cho là

- A. 151.75 B. 151.5 C. 152 D. 20

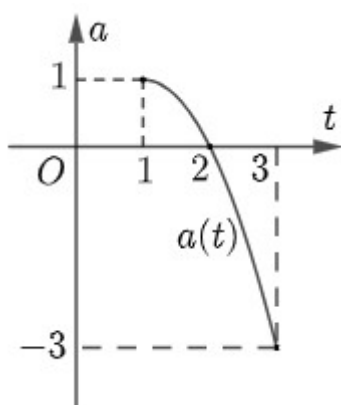
Câu 2: (ID: 757080) Giá trị lớn nhất M của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x - 6$ trên đoạn $[-1; 2]$ là:

- A. $M = 21$. B. $M = 7$. C. $M = 5$. D. $M = -11$.

Câu 3: (ID: 757081) Trong không gian Oxyz cho mặt phẳng (α) : $2x - y - 3 = 0$. Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (α) là

- A. $\vec{n}(2; -1; 0)$. B. $\vec{n}(2; -1; -3)$. C. $\vec{n}(2; 0; -3)$. D. $\vec{n}(2; 0; -1)$.

Câu 4: (ID: 757082) Gia tốc $a(t)$ (t tính theo giây) của một vật chuyển động là một hàm số liên tục có đồ thị từ giây thứ nhất đến giây thứ ba như hình vẽ sau:



Tại thời điểm nào vật có vận tốc lớn nhất?

- A. $t = 1$. B. $t = 3$. C. $t = 2$. D. $t = 1,5$.

Câu 5: (ID: 757083) Cho hình chóp có diện tích mặt đáy là $4a^2$ và chiều cao bằng $3a$. Thể tích của khối chóp bằng

- A. $4a^3$. B. $2a^3$. C. $6a^3$. D. $12a^3$.

Câu 6: (ID: 757084) Tìm nguyên hàm $\int (-5x^2 - x + 3)dx$.

- A. $-10x - 1 + C$.
B. $-\frac{5x^3}{3} + \frac{13x^2}{2} + 3x + C$.
C. $-\frac{5x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 10x + C$.
D. $-\frac{5x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 3x + C$.

Câu 7: (ID: 757085) Cho tứ diện ABCD. Đặt $\overrightarrow{DA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{DB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{DC} = \vec{c}$. Nếu M, N lần lượt là trung điểm của hai cạnh BD và AC thì

- A. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(-\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$
B. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\vec{a} - \vec{b} + \vec{c})$
C. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$
D. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} - \vec{c})$

Câu 8: (ID: 757086) Cho cấp số nhân (u_n) , biết $u_1 = 1$; $u_4 = 64$. Tính công bội q của cấp số nhân.

- A. $q = \pm 4$
B. $q = 4$
C. $q = 21$
D. $q = 2\sqrt{2}$

Câu 9: (ID: 757087) Tập nghiệm của bất phương trình $0,1^x < 100$ là

- A. $(-\infty; -2)$.
B. $(2; +\infty)$.
C. $(-\infty; 2)$.
D. $(-2; +\infty)$.

Câu 10: (ID: 757088) Trong không gian Oxyz, cho các véc tơ $\overrightarrow{OA} = -\vec{i} + \vec{k}$; $\overrightarrow{OB} = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$. Khi đó tọa độ véc tơ $\overrightarrow{AB}$ là

- A. $(-2; 1; -1)$.
B. $(2; -1; 1)$.
C. $(0; -1; 3)$
D. $(0; -1; -1)$.

Câu 11: (ID: 757089) Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - 4) - 2\log_4(x + 2) = 0$ là

- A. $\{3\}$.
B. $\{3; 2\}$.
C. $\{2\}$.
D. $\{-2; 3\}$.

Câu 12: (ID: 757090) Cho hàm số $f(x) = 3^x + \sin x$. Một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ là

- A. $F(x) = 3^x \ln 3 + \cos x$
B. $F(x) = 3^x + \sin x$.
C. $F(x) = \frac{3^x}{\ln 3} - \cos x$.
D. $F(x) = \frac{3^x}{\ln 3} - \sin x$.

II PHẦN II: CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 13: (ID: 757091) Nhân dịp Tết Trung thu, bác Oanh làm các đèn lồng cho con. Mỗi đèn bác dùng một sợi dây đồng dài $24dm$ cắt thành 3 đoạn để uốn làm khung đèn. Đoạn thứ nhất bác uốn thành hình vuông ABCD có cạnh bằng $x(dm)$ để làm đáy, hai đoạn còn lại có độ dài bằng nhau uốn thành các đường gấp khúc ASC và BSD. Khung đèn sau khi hoàn thiện có hình dạng là một hình chóp tứ giác đều S.ABCD và bề mặt ngoài của đèn được dán giấy màu để trang trí (xem các mối nối, dán là không đáng kể). Khi đó ta có:

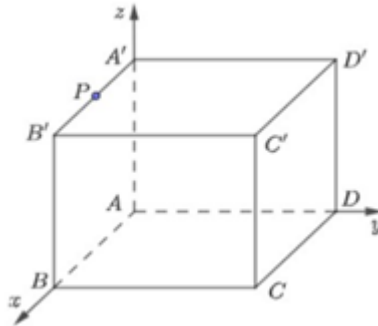
a) Độ dài cạnh bên của khung đèn bằng $6 - x(dm)$

b) Khi $x = 2 \text{ (dm)}$ thì độ dài đường cao của khung đèn là $\sqrt{14} \text{ (dm)}$

c) Khi tất cả các cạnh của khung đèn bằng nhau thì diện tích giấy màu cần dùng là $9(1+\sqrt{3})\text{dm}^2$.

d) Thể tích phần không gian của đèn lồng lớn nhất khi $x = 2,79\text{dm}$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 2: (ID: 757096) Một căn phòng có dạng là một hình hộp chữ nhật, được mô hình hóa và gắn hệ trục tọa độ Oxyz như hình vẽ sau:



Người ta thiết kế một công tắc điện tại điểm $M(0;2;2)$ và một bóng đèn để chiếu sáng căn phòng tại điểm P là trung điểm của $A'B'$. Biết $C'(6;5;4)$. Khi đó:

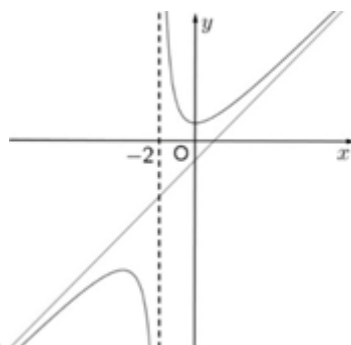
a) Điểm M thuộc mặt phẳng (ADD') .

b) Tọa độ điểm P là $P(3;0;5)$.

c) Mặt phẳng (PCD') có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (10;-6;15)$.

d) N là điểm di động trên đoạn AA' . Dây cáp điện cho bóng đèn được đầu từ công tắc điện tại vị trí M kéo đến điểm N rồi nối đến bóng đèn. Độ dài dây cáp điện cho bóng đèn tối thiểu bằng $\sqrt{29}(m)$.

Câu 3: (ID: 757097) Cho hàm số $f(x) = \frac{ax^2 + x + b}{x + c} (a > 0)$, có đồ thị (C) như hình vẽ bên dưới. Biết đường tiệm cận xiên của đồ thị (C) tạo với hai trục tọa độ một tam giác cân.



a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

b) $a = 1$.

c) Đồ thị (C) có 2 điểm cực trị nằm về hai phía đối với trục Ox.

d) $24a + 4b + 1000c > 2025$.

Câu 4: (ID: 757098) Cho mẫu số liệu ghép nhóm tần số thống kê về mức lương của hai công ty A, B như sau:

Mức lương	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)
Số lượng nhân viên công ty A	15	18	10	10	5	2
Số lượng nhân viên công ty B	25	15	7	5	4	4

a) Kích thước mẫu của mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương công ty A là 60

b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương công ty B là 30.

c) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương công ty A là 20,6 (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

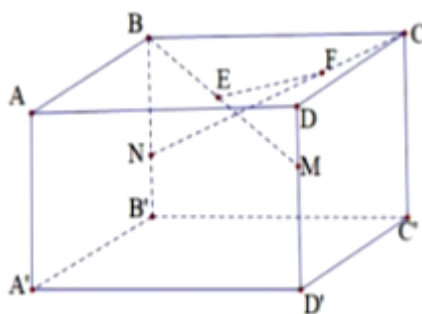
d) Theo độ lệch chuẩn thì công ty A có mức lương đồng đều hơn công ty B.

III PHẦN III: CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1: (ID: 757139) Giả sử một hộp chứa 4 quả bóng đỏ và 5 quả bóng trắng (các quả bóng cùng màu thì giống nhau). Lấy ngẫu nhiên từng quả bóng ra khỏi hộp cho đến khi hết bóng. Tính xác suất để lấy được tất cả 4 quả bóng đỏ trước khi lấy được 3 quả bóng trắng là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 2: (ID: 757233) Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật; $AB = 1$; $\angle ACD = 60^\circ$, $SA \perp (ABCD)$ và số đo của góc nhị diện $[S, CD, B]$ bằng 60° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BD

Câu 3: (ID: 757289) Phòng khách nhà bác An có dạng là một hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' với $AB = 5m$, $BC = 6m$, $AA' = 3m$. Để chuẩn bị đón Tết Nguyên Đán bác lên kế hoạch trang trí cho phần không gian của phòng khách bằng các dây đèn trang trí NC, BM, EF được mắc như hình vẽ sau:



Biết rằng EF song song với AC và $BN = 2m$; $DM = 1m$. Giá mỗi mét dây đèn trang trí là 120000 đồng. Hỏi số tiền bác An cần dùng để mua dây đèn trang trí là bao nhiêu triệu đồng? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 4: (ID: 757290) Có 25 cặp vận động viên tham gia cuộc thi bóng bàn đôi nam nữ quốc tế. Tại lễ khai mạc, một số vận động viên bắt tay nhau và hai người trong cùng một cặp thì không bắt tay. Sau lễ khai mạc,

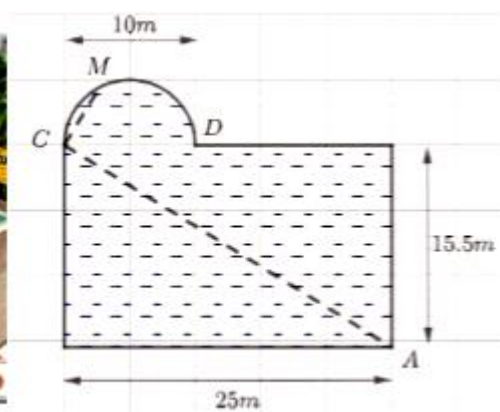
một vận động viên nam hỏi tất cả các vận động viên còn lại về số người mà họ đã bắt tay và nhận thấy số lượng vận động viên mà từng người đã bắt tay đều khác nhau. Hỏi người bạn nữ cùng cặp của vận động viên nam này đã bắt tay với bao nhiêu vận động viên?

Câu 5: (ID: 757291) Có bao nhiêu cặp số cộng có ít nhất 20 số hạng thỏa mãn các số hạng của cặp số cộng là các số tự nhiên, công sai của cặp số cộng bằng 2 và tổng tất cả các số hạng bằng 6300?

Câu 6: (ID: 757292) Bạn Hoa thường đi bơi ở hồ bơi Sky Garden cạnh nhà, hồ bơi có thiết kế là một hình chữ nhật với chiều dài 25 m, chiều rộng 15,5 m và bên cạnh đó có một hồ bán nguyệt đường kính 10 m (tham khảo hình vẽ 1). Trong một lần bể bơi vắng người nên Hoa đã thực hiện một chu trình là bơi theo đoạn thẳng AC rồi bơi tiếp theo đoạn thẳng CM, với M là một vị trí bất kì trên hình bán nguyệt. Ngay sau đó bạn đi bộ theo một hướng qua điểm D dọc bờ của hồ bơi để quay lại vị trí A và kết thúc chu trình. (tham khảo hình vẽ 2).



Hình vẽ 1



Hình vẽ 2

Biết rằng vận tốc bơi của Hoa là $2,4 \text{ km/h}$, vận tốc đi bộ là $4,8 \text{ km/h}$ và tốc độ bơi, vận tốc đi bộ không thay đổi trong một chu trình. Hỏi thời gian chậm nhất để Hoa thực hiện xong chu trình trên là bao nhiêu phút? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN TUYENSINH247.COM

I PHẦN I: CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

1.C	2.C	3.A	4.C	5.A	6.D
7.B	8.B	9.D	10.B	11.A	12.C

Câu 1 (NB):

Phương pháp:

Áp dụng công thức tính một của mẫu số liệu ghép nhóm.

Cách giải:

Nhóm chứa một của mẫu số liệu trên là nhóm: $[150;155)$.

Suy ra một của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$M_0 = 150 + \frac{20-12}{(20-12)+(20-8)} \cdot (155-150) = 152.$$

Chọn C.

Câu 2 (NB):

Phương pháp:

Tìm giá trị lớn nhất/giá trị nhỏ nhất của hàm số trên một đoạn.

Cách giải:

$$\text{Có } y = f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 6 \Rightarrow y' = f'(x) = 3x^2 + 6x - 9.$$

$$\text{Xét } y' = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases} \text{ mà } x \in [-1; 2] \Rightarrow x = 1.$$

$$\text{Có } f(1) = -11; f(-1) = 5; f(2) = -4 \Rightarrow \max_{x \in [-1; 2]} f(x) = f(-1) = 5.$$

Chọn C.

Câu 3 (NB):

Phương pháp:

Phương trình tổng quát của mặt phẳng có dạng $Ax + By + Cz + D = 0$ trong đó $\vec{n} = (A, B, C)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng.

Cách giải:

$$\text{Có: } (\alpha): 2x - y - 3 = 0 \text{ hay } (\alpha): 2x - 1y + 0z - 3 = 0.$$

Suy ra một vector pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $\vec{n} = (2; -1; 0)$.

Chọn A.

Câu 4 (TH):

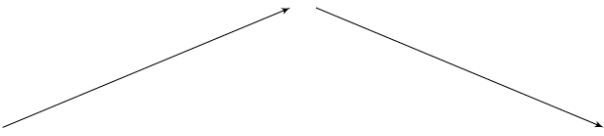
Phương pháp:

Ta có $v'(t) = a(t)$. Từ đồ thị hàm gia tốc $a(t)$ vẽ bảng biến thiên hàm vận tốc $v(t)$

Cách giải:

Vì $v'(t) = a(t)$. Xét $v'(t) = 0 \Rightarrow a(t) = 0$ mà theo đồ thị hàm số $a(t) = 0 \Rightarrow t = 2$.

Ta có bảng biến thiên của $v(t)$ với $t \in [1; 3]$ như sau:

t	1	2	3
$v'(t) = a(t)$	+	0	-
$v(t)$			

$$\Rightarrow \max_{t \in [1; 3]} v(t) = v(2) \Rightarrow t = 2.$$

Chọn C.

Câu 5 (NB):

Phương pháp:

Áp dụng công thức tính thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3}$.

Cách giải:

$$\text{Ta có: } V = \frac{1}{3} \cdot 3a \cdot 4a^2 = 4a^3.$$

Chọn A.

Câu 6 (TH):

Phương pháp:

Áp dụng tính chất nguyên hàm và bảng nguyên hàm cơ bản.

Cách giải:

$$\int (-5x^2 - x + 3) dx = -\frac{5}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 3x + C.$$

Chọn D.

Câu 7 (TH):

Phương pháp:

Áp dụng quy tắc cộng vector và tính chất trung điểm của đoạn thẳng.

Cách giải:

$$\text{Có } \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DN}.$$

Lại có M là trung điểm của $BC \Rightarrow \overrightarrow{MD} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{DB}$; N là trung điểm của AC

$$\Rightarrow \overrightarrow{DN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC})$$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC}) = \frac{1}{2}(\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}).$$

Chọn B.

Câu 8 (TH):

Phương pháp:

Áp dụng công thức cấp số nhân: $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$.

Cách giải:

$$\text{Có } u_4 = u_1 \cdot q^{4-1} \Rightarrow 64 = 1 \cdot q^3 \Rightarrow q = 4.$$

Chọn B.

Câu 9 (TH):

Phương pháp:

Logarit hai vế.

Cách giải:

$$\text{Có } 0,1^x < 100 \text{ mà } 0 < 0,1 < 1 \Rightarrow x > \log_{0,1} 100 = -2.$$

Chọn D.

Câu 10 (NB):

Phương pháp:

Tìm tọa độ điểm A và điểm B. Từ đó ta có tọa độ vectơ $\overrightarrow{AB}$.

Cách giải:

$$\text{Vì } \overrightarrow{OA} = -\vec{i} + \vec{k} = -1\vec{i} + 0\vec{j} + 1\vec{k}$$

$$\Rightarrow A(-1; 0; 1) \text{ và } \overrightarrow{OB} = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k} = 1\vec{i} - 1\vec{j} + 2\vec{k} \Rightarrow B(1; -1; 2).$$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{AB} = (2; -1; 1).$$

Chọn B.

Câu 11 (TH):

Phương pháp:

Đưa về logarit cùng cơ số, áp dụng tính chất hàm logarit.

Cách giải:

Ta có ĐKXD: $x > 2$.

$$\text{Có: } \log_2(x^2 - 4) - 2\log_4(x + 2) = 0 \Rightarrow \log_2(x^2 - 4) - \log_2(x + 2) = 0.$$

$$\Rightarrow \log_2 \frac{(x-2)(x+2)}{x+2} = 0 \Rightarrow \log_2(x-2) = 0 \Rightarrow x-2 = 2^0 = 1 \Rightarrow x = 3 (\text{TMĐK}).$$

Chọn A.

Câu 12 (TH):

Phương pháp:

Áp dụng bảng nguyên hàm của một số hàm cơ bản.

Cách giải:

$F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$

$$\Rightarrow F(x) = \int f(x)dx = \int (3^x + \sin x)dx = \frac{3^x}{\ln 3} - \cos x + C.$$

Chọn C.

II PHẦN II: CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

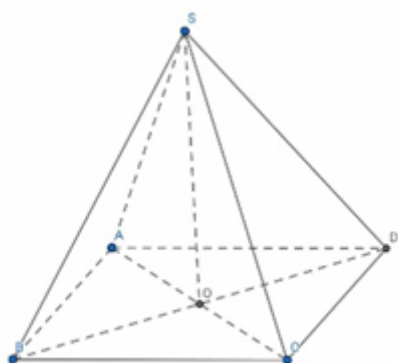
Câu	1	2	3	4
Đáp án	ĐĐĐĐ	ĐSSĐ	ĐĐĐĐ	ĐĐSĐ

Câu 1 (VD):

Phương pháp:

Biểu diễn các đại lượng theo x , ta được một hàm số biến x .

Cách giải:



a) Đúng: Tổng độ dài hai đường gấp khúc ASC và BSD là $24 - 4x$ (dm).

Do khung đèn sau khi hoàn thiện có hình dạng là một hình chóp tứ giác đều S.ABCD, nghĩa là $SA = SB = SC = SD$

Suy ra độ dài cạnh bên của khung đèn là $\frac{24-4x}{4} = 6-x$ (dm).

b) Đúng: Gọi O là giao điểm của AC và BD .

Khi đó độ dài đoạn OC là $\frac{x\sqrt{2}}{2}$ (dm) và SO là đường cao của khung đèn.

$$\Rightarrow SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = \sqrt{(6-x)^2 - \frac{x^2}{2}} = \sqrt{36-12x+\frac{x^2}{2}} \text{ (dm)}.$$

$$\text{Với } x=2 \Rightarrow SO = \sqrt{36-12 \cdot 2 + \frac{2^2}{2}} = \sqrt{14} \text{ (dm)}.$$

c) Đúng: Khi tất cả các cạnh của khung đèn bằng nhau, nghĩa là $x = 6-x \Rightarrow x = 3$.

Diện tích giấy màu cần dùng chính là diện tích toàn phần của khối chóp.

$$S_{tp} = S_{ABCD} + 4S_{SBC} = 3 \cdot 3 + 4 \cdot \frac{9\sqrt{3}}{4} = 9 + 9\sqrt{3} = 9(1+\sqrt{3}) \text{ (dm}^2\text{)}.$$

$$\text{d) Đúng: Ta có thể tích của đèn: } V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} x^2 \sqrt{\frac{x^2}{2} - 12x + 36}.$$

Khảo sát hàm số, ta thấy thể tích đạt giá trị lớn nhất khi $x \approx 2,79$ dm.

Câu 2 (VD):

Cách giải:

a) Đúng: Điểm $M(0;2;2) \in (Oyz)$.

Theo hình vẽ ta có mặt phẳng Oyz trùng với mặt phẳng (ADD') .

b) Sai: Có điểm $C'(6;5;4)$ suy ra ta có tọa độ điểm $C(6,5,0); B(6,0,0); D(0;5;0); B'(6;0;4); A'(0;0;4)$.

Vì P là trung điểm của $A'B'$ suy ra $P\left(\frac{x_A+x_B}{2}; \frac{y_A+y_B}{2}; \frac{z_A+z_B}{2}\right)$

$$\Rightarrow P\left(\frac{6+0}{2}; \frac{0+0}{2}; \frac{4+4}{2}\right) \Rightarrow P(3;0;4).$$

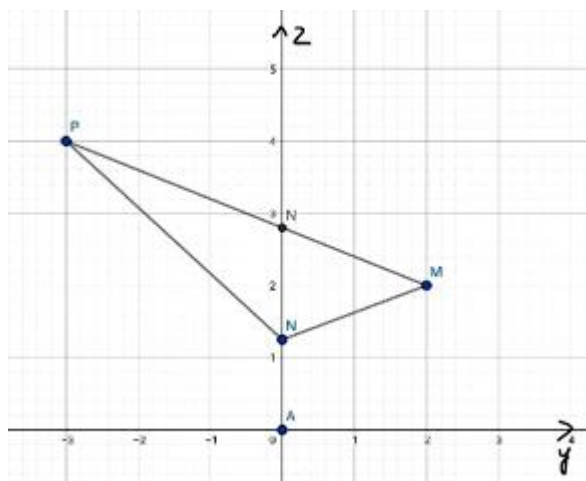
c) Sai: Có $\vec{n}_{(PCD')} = [\vec{PC}, \vec{PD}']$

$$\vec{PC} = (6;5;-4); \vec{PD}' = (-3;5;0) \Rightarrow \vec{n}_{(PCD')} = (20;12;30).$$

Xét tỉ lệ: $\frac{20}{10} \neq \frac{12}{-6} \Rightarrow \vec{n} = (10;-6;-15)$ không là vector pháp tuyến của mặt phẳng (PCD') .

d) Đúng: Độ dài dây cáp điện bằng tổng độ dài hai đoạn PN và NM .

Trải phẳng trên mặt phẳng (Oyz) (như hình vẽ)



Ta có: $P(-3; 4)$ và $M(2; 2)$.

Khi đó độ dài dây cáp điện cho bóng đèn ngắn bằng độ dài đoạn MP khi ba điểm P, N, M thẳng hàng.

Độ dài dây cáp điện cho bóng đèn tối thiểu là:

$$PM = \sqrt{(2 - (-3))^2 + (2 - 4)^2} = \sqrt{29} \text{ (m)}.$$

Câu 3 (VD):

Phương pháp:

Dựa vào đồ thị hàm số.

Cách giải:

a) Đúng: Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy hàm số không xác định tại $x = -2$.

Suy ra tập xác định của đồ thị hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

b) Đúng: Vì đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số (C) tạo với hai trục tọa độ một tam giác cân

Nên hệ số góc của tiệm cận xiên $k = \tan 45^\circ = 1$.

Lại có hệ số góc của tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x) = \frac{ax^2 + x + b}{x + c} (a > 0)$ là:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^2 + bx + c}{x(x + c)} = a.$$

Suy ra $a = 1$.

c) Đúng: Từ đồ thị (C) của hàm số $f(x) = \frac{ax^2 + x + b}{x + c} (a > 0)$ ta thấy đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm về hai phía đối với trục Ox

d) Đúng: Đồ thị hàm số $f(x) = \frac{ax^2 + x + b}{x + c} (a > 0)$ có

Tiệm cận đứng $x = -c = -2 \Rightarrow c = 2$.

$$\Rightarrow f(x) = \frac{x^2 + x + b}{x + 2}.$$

Từ hình vẽ ta thấy đồ thị hàm số không cắt trục Ox, nghĩa là phương trình $f(x) = 0$ vô nghiệm.

Suy ra phương trình: $x^2 + x + b = 0$ vô nghiệm

$$\Rightarrow \Delta = 1 - 4b < 0 \Rightarrow 4b > 0.$$

Ta có: $24a + 4b + 1000c = 24.1 + 4b + 1000.2 = 2024 + 4b > 2025$.

Câu 4 (VD):

Phương pháp:

Áp dụng công thức tính các số đặc trưng của mẫu số liệu ghép nhóm.

Cách giải:

a) Đúng: Có $N_A = 15 + 18 + 10 + 10 + 5 + 2 = 60$.

b) Đúng: Có $R_B = 40 - 10 = 30$.

c) Sai: Ta có bảng sau:

Mức lương	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)
Giá trị đại diện	12,5	17,5	22,5	27,5	32,5	37,5
Số lượng nhân viên công ty A	15	18	10	10	5	2
Số lượng nhân viên công ty B	25	15	7	5	4	4

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm thông kê mức lương công ty A:

$$\bar{x}_A = \frac{12,5.15 + 17,5.18 + 22,5.10 + 27,5.10 + 32,5.5 + 37,5.2}{60} = \frac{62}{3} \approx 20,7.$$

d) Đúng: Ta có

$$S_A^2 = \frac{1}{60} \left[\left(15 - \frac{62}{3} \right)^2 + \left(18 - \frac{62}{3} \right)^2 + \left(10 - \frac{62}{3} \right)^2 + \left(10 - \frac{62}{3} \right)^2 + \left(5 - \frac{62}{3} \right)^2 + \left(2 - \frac{62}{3} \right)^2 \right] \approx 49,1$$

$$\Rightarrow S_A \approx 7,0$$

$$\bar{x}_B = \frac{12,5.25 + 17,5.15 + 22,5.7 + 27,5.5 + 32,5.4 + 37,5.4}{60} = \frac{115}{6}.$$

$$S_B^2 = \frac{1}{60} \left[\left(25 - \frac{115}{6} \right)^2 + \left(15 - \frac{115}{6} \right)^2 + \left(7 - \frac{115}{6} \right)^2 + \left(5 - \frac{115}{6} \right)^2 + \left(4 - \frac{115}{6} \right)^2 + \left(4 - \frac{115}{6} \right)^2 \right] \approx 60,6$$

$$\Rightarrow S_B \approx 7,8$$

Vì $S_A < S_B$ nên theo độ lệch chuẩn thì công ty A có mức lương đồng đều hơn công ty B.

III PHẦN III: CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	0,12	0,75	2,08	24	14	1,4

Câu 1 (VD):

Phương pháp:

Để thỏa mãn đầu bài, quả bóng đỏ cuối cùng (tức là quả đỏ thứ 4) phải được lấy ra trước quả trắng thứ 3.

- Nếu quả đỏ thứ 4 được lấy ra ở vị trí thứ k , thì đến thời điểm đó ta đã lấy được $k - 4$ quả trắng.

- Để không lấy đủ 3 quả trắng trước khi lấy hết 4 quả đỏ, ta cần có:

$$k - 4 \leq 2 \Leftrightarrow k \leq 6.$$

Vậy điều kiện cần và đủ là quả đỏ thứ 4 phải xuất hiện ở một trong 6 quả bóng được lấy ra đầu tiên.

Cách giải:

Số cách lấy 4 quả đỏ trong 9 quả bóng là: $C_9^4 = 126$

Cần tìm số cách lấy bóng thỏa mãn điều kiện quả đỏ thứ 4 ở vị trí ≤ 6 :

Để quả đỏ thứ 4 được lấy ra không quá 6 thì 4 quả đỏ đều phải xuất hiện trong 6 quả được lấy ra đầu tiên.

Số cách lấy là: $C_6^4 = 15$

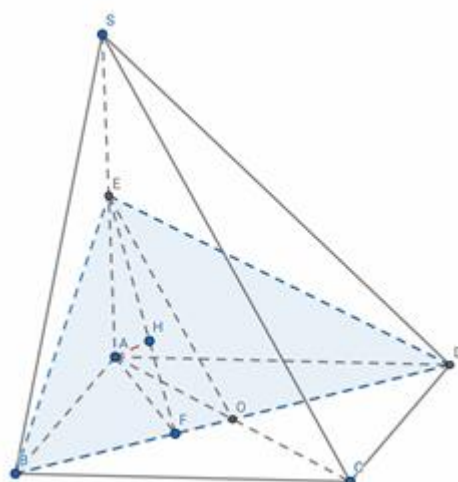
Vậy xác suất cần tìm là $P = \frac{15}{126} \approx 0,12$.

Câu 2 (VD):

Phương pháp:

Đưa khoảng cách từ hai đường thẳng chéo nhau về khoảng cách từ điểm đến mặt phẳng.

Cách giải:



Vì ABCD hình chữ nhật có $AB = 1$ và $ACD = 60^\circ \Rightarrow AD = \sqrt{3}$.

Có $[S, CD, B] = SDA = 60^\circ$

Mà tam giác SAD vuông tại A , ta có $AD = \sqrt{3} \Rightarrow SA = 3$.

Gọi E là trung điểm của SA , O là giao điểm của AC và BD

Suy ra EO là đường trung bình của tam giác $ASC \Rightarrow EO \parallel SC$.

Khi đó $d_{(SC, BD)} = d_{(SC, mp(EBD))} = d_{(S, mp(EBD))} = d_{(A, mp(EBD))}$.

Kẻ $AF \perp BD$ tại F ; $AH \perp EF$ tại H .

Khi đó $d_{(A, mp(EBD))} = AH$.

Xét tam giác ABD vuông tại A có đường cao AF

Suy ra $\frac{1}{AF^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{1} + \frac{1}{3} = \frac{4}{3} \Rightarrow AF = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Xét tam giác AEF vuông tại A có đường cao AH

Suy ra $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AE^2} + \frac{1}{AF^2} = \frac{1}{1,5} + \frac{4}{3} = \frac{16}{9} \Rightarrow AH = 0,75$.

Câu 3 (VD):

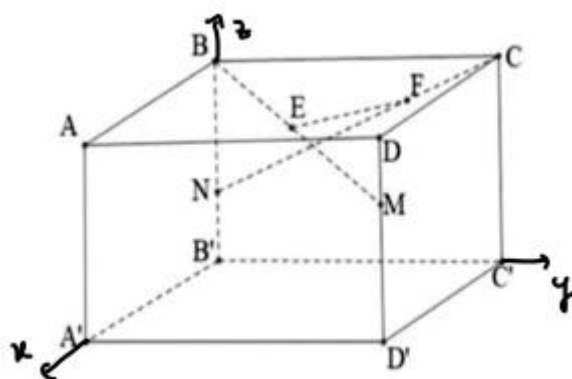
Phương pháp:

Tọa độ hóa khối hình hộp chữ nhật.

Tham số hóa tọa độ điểm E và điểm F .

Cách giải:

Xét hệ trục tọa độ như hình vẽ, điểm B' trùng với gốc tọa độ:



Ta có $AB = 5\text{ m}$, $BC = 6\text{ m}$, $AA' = 3\text{ m}$.

Từ giả thiết của đề bài, suy ra tọa độ của các điểm như sau:

$A'(5; 0; 0)$, $B(0; 0; 3)$, $C'(0; 6; 0)$, $M(5; 6; 2)$, $N(0; 0; 1)$, $C(0; 6; 3)$.

Độ dài dây đèn trang trí bằng $BM + CN + EF$.

Ta có:

$$BM = \sqrt{5^2 + 6^2 + 1^2} = \sqrt{62}; CN = \sqrt{6^2 + 2^2} = 2\sqrt{10}.$$

Xét đường thẳng BM đi qua điểm $B(0,0,3)$ và có VTCP $\overrightarrow{BM} = (5;6;-1)$ có phương trình là
$$\begin{cases} x = 5n \\ y = 6n \\ z = 3 - n \end{cases} (n \in \mathbb{R})$$

Mà điểm $E \in BM \Rightarrow E(5n, 6n, 3 - n)$.

Xét đường thẳng CN đi qua điểm $N(0,0,1)$, có VTCP $\overrightarrow{NC} = (0;6;2) // \vec{u} = (0;3;1)$ có phương trình là

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 3m \\ z = 1 + m \end{cases} (m \in \mathbb{R})$$

Mà điểm $F \in CN \Rightarrow F(0, 3m, 1 + m)$.

Ta có: $\overrightarrow{EF} = (-5n; 3m - 6n; m + n - 2)$; $\overrightarrow{AC} = (-5; 6; 0)$ mà $EF // AC$, nên

$$\begin{cases} m + n - 2 = 0 \\ \frac{-5n}{-5} = \frac{3m - 6n}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n = \frac{2}{5} \\ m = \frac{8}{5} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{EF} = \left(-2; \frac{12}{5}; 0\right) \Rightarrow EF = \sqrt{2^2 + \left(\frac{12}{5}\right)^2} = \frac{2\sqrt{61}}{5}.$$

Đổi 120000 đồng = 0,12 triệu đồng

Số tiền bác An cần dùng để mua dây đèn trang trí là:

$$0,12 \cdot \left(\sqrt{62} + 2\sqrt{10} + \frac{2\sqrt{61}}{5} \right) \approx 2,08 \text{ (triệu đồng)}.$$

Câu 4 (VD):

Phương pháp:

Ta tìm ra được tổng số người mà hai vận động viên trong một cặp bắt tay là 48 người.

Cách giải:

Ta kí hiệu (M_i, F_i) cặp vận động viên thứ i ($i \in \mathbb{N}^*, n \leq 25$).

Giả sử cặp (M_1, F_1) là cặp vận động viên có M_1 là người đi hỏi và ta cần tìm số người bắt tay của F_1

Có 25 cặp vận động viên đôi nam nữ nghĩa là ta có tất cả 50 vận động viên.

Vận động viên M_1 hỏi 49 người còn lại và số lượng vận động viên từng người đã bắt tay đều khác nhau, nghĩa là mỗi vận động viên có thể bắt tay từ 0 đến 48 người.

Giả sử vận động viên M_2 không bắt tay người nào thì vận động viên F_2 sẽ bắt tay 48 người.

Vì giả sử vận động viên F_3 bắt tay với 48 người, nhưng vận động viên F_3 không bắt tay với M_3 , không bắt tay với M_2 nên số vế tối đa F_3 có thể bắt tay là 47 người, mâu thuẫn.

Do đó nếu M_2 không bắt tay ai thì F_2 sẽ bắt tay 48 người.

Suy ra với mỗi cặp vận động viên thì tổng số người bắt tay của hai người là 48.

Số người bắt tay của mỗi cặp vận động viên lần lượt theo cặp là:

$$(0; 48), (1; 47), \dots, (23; 25)$$

Thừa ra 24, suy ra F_1 bắt tay 24 cái.

Vậy bạn nữ cùng cặp của vận động viên nam này bắt tay với 24 vận động viên.

Câu 5 (VD):

Phương pháp:

Áp dụng công thức tính tổng cấp số cộng

Cách giải:

Theo đề bài, ta xét cấp số cộng (u_n) với $n \geq 20; d = 2; u_1 \in \mathbb{N}$.

Vì tổng tất cả số hạng bằng 6300, nên:

$$u_1 + u_2 + \dots + u_n = 6300 \Rightarrow \frac{(u_1 + u_n) \cdot n}{2} = 6300$$

$$\text{Mà } u_n = u_1 + (n-1)d = u_1 + 2(n-1)$$

$$\Rightarrow \frac{(u_1 + u_1 + 2(n-1)) \cdot n}{2} = 6300 \Rightarrow (u_1 + n - 1)n = 6300.$$

$$\text{- Xét } u_1 = 0 \Rightarrow n(n-1) = 6300 \text{ (loại vì } n \geq 20)$$

$$\text{- Xét } u_1 = 1 \Rightarrow n^2 = 6300 \text{ (loại vì } n \in \mathbb{N})$$

$$\text{- Xét } u_1 \geq 2 \Rightarrow u_1 + n - 1 > n \Rightarrow n^2 < 6300 \Rightarrow n \leq 79.$$

Suy ra $n \in [20; 79]; n \in \mathbb{N}$. Ta có:

$$(u_1 + n - 1) \cdot n = 6300 \Leftrightarrow u_1 + n - 1 = \frac{6300}{n} > n \Rightarrow u_1 - 1 > 0 \text{ và } 6300 : n$$

Số cấp số cộng thỏa mãn yêu cầu bài toán là số ước thuộc đoạn $[20; 79]$ của 6300.

$$n = \{20; 21; 25; 28; 30; 35; 36; 42; 45; 50; 60; 63; 70; 75\}$$

Vậy có 14 cấp số cộng thỏa mãn yêu cầu bài toán.

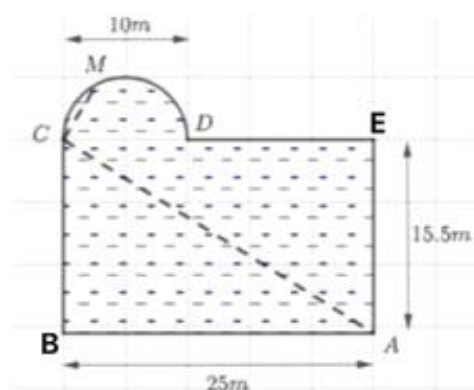
Câu 6 (VD):

Phương pháp:

Biểu diễn thời gian Hoa thực hiện xong chu trình theo hàm số và tìm giá trị lớn nhất của hàm đó

Cách giải:

Đổi $2,4\text{km/h} = \frac{2}{3}\text{m/s}$ và $4,8\text{km/h} = \frac{4}{3}\text{m/s}$.



Quãng đường mà bạn Hoa phải đi để hoàn thành chu trình là

$$AC + CM + MD + DE + EA$$

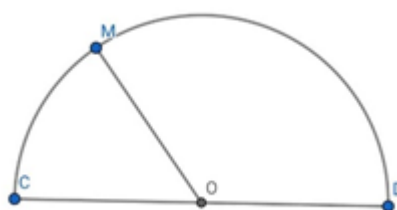
Biết vận tốc bơi và đi bộ của Hoa là không đổi, do đó thời gian để Hoa hoàn thành chu trình là

$$\frac{AC}{\frac{2}{3}} + \frac{CM}{\frac{2}{3}} + \frac{MD}{\frac{4}{3}} + \frac{DE}{\frac{4}{3}} + \frac{EA}{\frac{4}{3}}$$

Vì độ dài AC, DE, EA là không đổi.

Suy ra, để thời gian hoàn thành chu trình là chậm thì $\frac{CM}{\frac{2}{3}} + \frac{MD}{\frac{4}{3}}$ là lớn nhất.

Xét nửa đường tròn đường kính $CD = 10\text{m}$ có tâm O :



Điểm M thuộc nửa đường tròn $\Rightarrow$

Tam giác MCD vuông tại D .

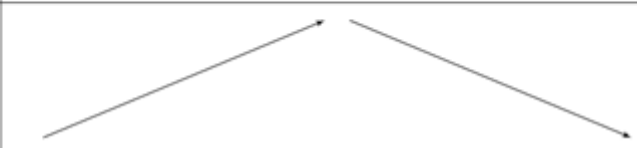
$$\text{Đặt } \alpha = \angle MCD \Rightarrow \angle MOD = 2\alpha.$$

Ta tính được $MC = 10 \cos \alpha$; $MD = 10 \sin \alpha$.

$$\frac{CM}{\frac{2}{3}} + \frac{MD}{\frac{4}{3}} = \frac{10 \cos \alpha}{\frac{2}{3}} + \frac{10 \sin \alpha}{\frac{4}{3}} = \frac{10}{\frac{4}{3}} (2 \cos \alpha + \sin \alpha)$$

Xét hàm số $f(\alpha) = 2 \cos \alpha + \sin \alpha$. Có $f'(\alpha) = -2 \sin \alpha + \cos \alpha = 0$ mà $\alpha \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6}$.

Ta có bảng biến thiên hàm $f(\alpha)$:

α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{2}$
$f'(\alpha)$	+	0	-
$f(\alpha)$			

Từ bảng biến thiên ta có

$$\max_{\alpha \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]} f(\alpha) = f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3} + \frac{\pi}{6}.$$

$$\Rightarrow \left(\frac{CM}{2/3} + \frac{MD}{4/3} \right)_{\max} = \frac{10}{4/3} \cdot \left(\sqrt{3} + \frac{\pi}{6} \right)$$

Ta có $AC = \sqrt{25^2 + 15,5^2}$; $DE = 15$; $EA = 15,5$.

Thời gian hoàn thành chu trình chậm nhất là

$$\frac{\sqrt{25^2 + 15,5^2}}{2/3} + \frac{10}{4/3} \cdot \left(\sqrt{3} + \frac{\pi}{6} \right) + \frac{15}{4/3} + \frac{15,5}{4/3} \approx 83,9 \text{ (giây)}$$

Có 83,9 giây $\approx 1,4$ phút.

Vậy thời gian chậm nhất để Hoa hoàn thành chu trình là 1,4 phút.